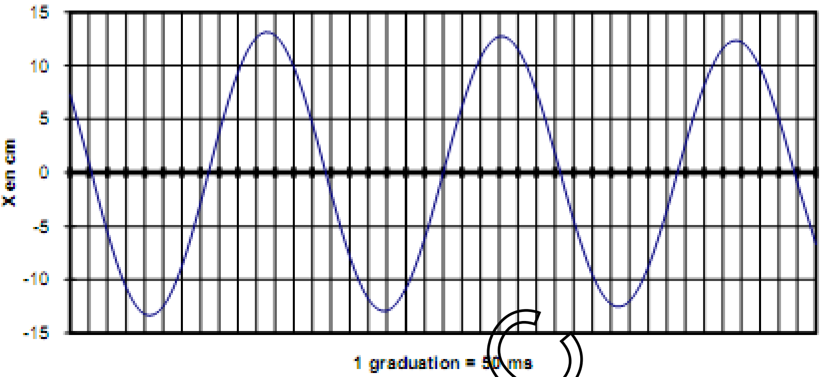
EXERCICE N°1

On réalise le dispositif suivant : un objet de masse m est attaché à un ressort de constante de raideur K et de longueur à vide Lo et est posé sur un rail horizontal. Un dispositif expérimental permet de relever la position M de l'objet en fonction du temps. On donne K = 10N/m, m = 100 g, g = 10 m/s².
La masse n'est soumise à aucun frottement.
A l'aide du dispositif expérimental, un enseignant trace les courbes 1 et 2..

ETUDE COURBE 1

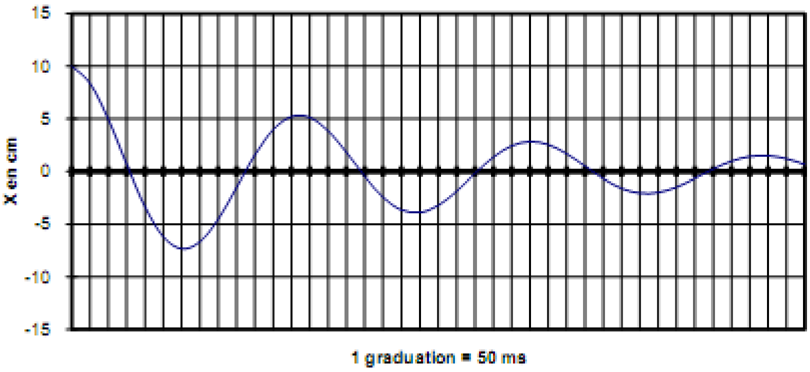
a. De quel type de mouvement s'agit-il ?
b. Quelles ont été les conditions initiales ?



c. Déterminer la période du mouvement.

<u>Etude théorique</u> : On suppose que l'objet a été écarté de sa position d'équilibre d'une distance Xo et lâché sans vitesse initiale. On pose X = L – Lo.
d. Faire un bilan des forces et en déduire l'équation différentielle du mouvement dont X(t) est solution.
e. Calculer X(t). On introduira la pulsation propre.
f. Calculer la période des oscillations.
g. Définir l'énergie potentielle associée à une force F. On précisera les conditions d'existence de cette énergie.
h. Quelle serait l'énergie potentielle associée à la force –K(L – Lo) **i** ?
i. Montrer que l'énergie mécanique se conserve.
j. Retrouver l'équation différentielle du mouvement.

ETUDE COURBE 2



a. De quel type de mouvement s'agit-il ?
b. Quelles ont été les conditions initiales ?
c. Ce mouvement est-il périodique ? Décrire l'enveloppe : la courbe qui rejoint les maxima.
d. A l'aide du graphique, évaluer l'énergie mécanique perdue au cours d'une oscillation.

Etude théorique

On suppose que l'objet a été écarté de sa position d'équilibre d'une distance Xo et lâché sans vitesse initiale. On modélise la force due aux frottements par une force de frottement fluide –a**v** où v est la vitesse de l'objet.

e. Faire un bilan des forces et montrer que l'équation différentielle du mouvement s'écrit :

$$X + \frac{\omega_0}{Q} X + \omega_0^2 X = 0$$

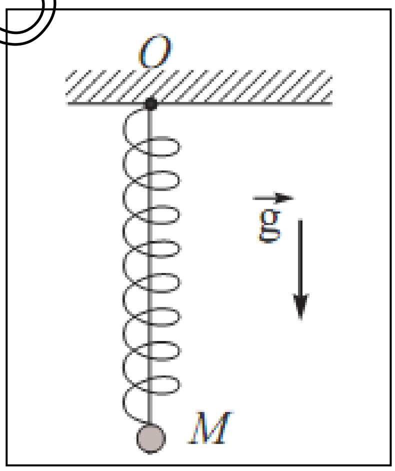
f. Déterminer la solution de cette équation. On introduira la pseudo-pulsation ω.
g. Que devient la mouvement si Q <1/2 ?
h. A l'aide du graphique, déterminer le coefficient Q puis a ? On décrira le protocole opératoire et donnera l'expression de Q et a mais on s'abstiendra de les calculer.

On veut évaluer le travail de la force de frottement pour en déduire a. On suppose que pendant la première pseudo-période T, X = Xo cos (ωot).

i. Exprimer la puissance de la force de frottement.
k. Que vaut son travail entre 0 et T ?
l. En utilisant la valeur de l'énergie dissipée trouvée à la question d, en déduire a.

<u>EXERCICE N°2</u>

Un point matériel M de masse m pouvant se mouvoir dans la direction Oz (verticale descendante) est fixe `a l'extrémité d'un ressort de raideur k et de longueur `a vide l_0.Le champ de pesanteur g est uniforme. On désigne par z la cote de M.



1.a) ´ Ecrire l'´equation du mouvement du point M.
1.b) Déterminer sa position d'´equilibre ze.
1.c) En déduire l'´equation du mouvement de M en fonction de la variable Z = z-z_e. Quelle est la pulsation propre ω du système ?
1.d) Déterminer z(t) sachant qu'initialement le point est abandonne sans vitesse initiale de la cote $z_0 = l_0 + mg/k + a$ (avec a > 0).

2.a) Exprimer l'´energie potentielle totale Ep(M) du point M connue a une constante prés. Déterminer cette constante lorsqu'on impose Ep = 0 `a l'´equilibre.
2.b) Exprimer alors l'´energie potentielle en fonction de Z = z − ze et k.
2.c) Dans le cas du mouvement du 1.d) déterminer < E_c> et < Ep >, les valeurs moyennes de l'énergie cinétique et de l'´energie potentielle. Quelle relation existe-t-il entre ces deux grandeurs ?
2.d) Application numérique : k = 20 N.m^{-1} ; m = 100 g ; a = 5 cm.
Calculer la pulsation des oscillations ainsi que l'énergie potentielle moyenne.

EXERCICE N°3

Soit $m\ddot{x}+h\dot{x}+kx = f(t)$ l'équation du mouvement d'un oscillateur soumis à une force excitatrice $f(t) = F_m \cos(\omega t + \psi)$.

→ Calculer, en régime forcé :

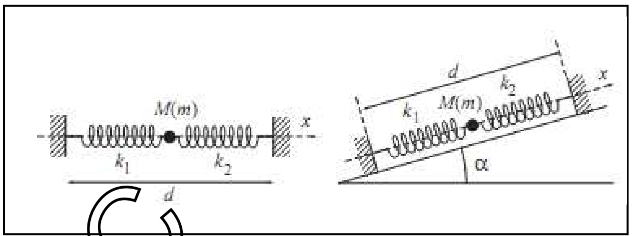
1) le déphasage φ_v de la vitesse $v(t)$ par rapport à la force ; en particulier, montrer que :

$$\sin\varphi_v = \frac{\left(\frac{\omega_0^2}{\omega} - \omega\right) V_m}{\frac{F_m}{m}} \quad \text{et} \quad \cos\varphi_v = \frac{2\alpha V_m}{\frac{F_m}{m}}$$

(Que représentent ω_0, V_m et α ?)

EXERCICE N°4

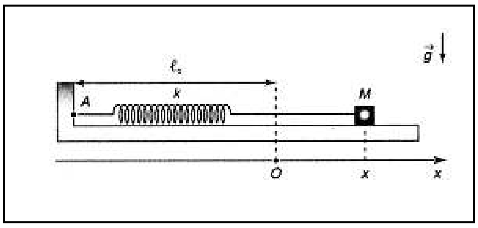
Une masse m est susceptible de se déplacer sans frottements sur un axe horizontal. Elle est soumise à l'action de 2 ressorts de même longueur à vide l0 = 20 cm et de constantes de raideur différentes k_1 et k_2. On donne : m = 4 kg ; $k_1 = 100\ N.m^{-1}$; $k_2 = 300\ N.m^{-1}$ et d = 60 cm.



1) Déterminer les longueurs des 2 ressorts à l'équilibre.
2) On écarte la masse m d'une distance a0 à partir de sa position d'équilibre. Déterminer L'équation différentielle du mouvement en prenant la position d'équilibre comme origine des abscisses. Calculer la période des oscillations. Donner l'expression de l'énergie mécanique de lamasse.
3) Les ressorts sont tendus le long d'un plan incliné de α = 30° avec l'horizontale → Mêmes questions.

EXERCICE N°5

Le référentiel terrestre est suppose galiléen.
Un point matériel M de masse m est li´`a un ressort horizontal, l'autre extrémité´ du ressort étant fixe en A.
Dans son domaine d'´elasticite, le ressort non tendu est caractérise par une constante de raideur k et une longueur a vide l_0.



Le point M glisse le long de l'axe (Ox) `a partir de sa position d'´equilibre située en O et est repère sur cet axe par son abscisse x. Il existe entre le mobile et le support un frottement de type visqueux. La force de frottement est de la forme :

$\vec{F_r} = -h\dot{x}\,\vec{e_x}$, où la constante h est positive.

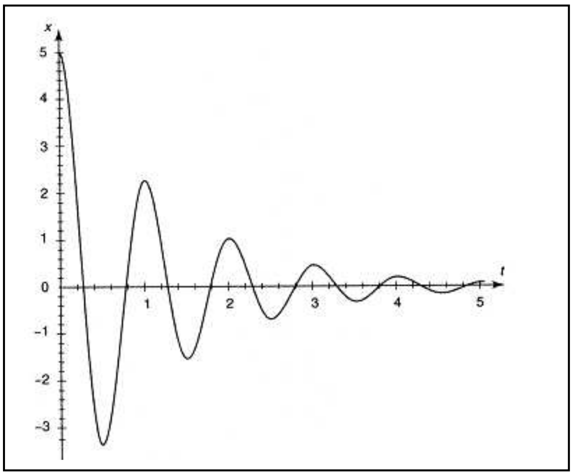
On posera : $\omega_0^2 = \dfrac{k}{m}$ et $\dfrac{\omega_0}{Q} = \dfrac{h}{m}$. L'oscillateur harmonique est caractérisé par le couple (Q, ω_0).

1) Faire le bilan des forces appliquées au mobile lorsqu'il se trouve en un point d'abscisse x quelconque. Etablir l'´equation differentielle dont x(t) est solution.

2) ´ Ecrire l'´energie mécanique Em de M en fonction de x et de x'. Le système est-il conservatif ? Que vaut dEm/dt? Retrouver l'´equation differentielle du mouvement de M.

3) La figure ci-contre représente l'´evolution de x au cours du temps (x est exprime en cm et t en s).
Le mouvement est oscillatoire amorti.

3.a) Quelle condition sur Q, la nature de ce mouvement implique-t-elle ?
3.b) Déterminer la pseudo-pulsation ω associée a ce mouvement en fonction du facteur de qualité Q et de la pulsation propre ω_0.
En déduire la pseudo-période T des oscillations en fonction de Q et de T_0.
4) Résoudre l’´equation différentielle du mouvement en fonction du facteur de qualité Q et de la pulsation propre ω_0.



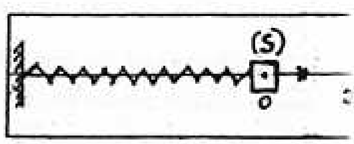
En déduire la pseudo-période T des oscillations en fonction de Q et de T.
5) La décroissance des oscillations est caractérise´ee par le décrément logarithmique δ defini par la relation :

$$\delta = \ln\left(\frac{x(t)}{x(t+T)}\right).$$ Exprimer δ en fonction de Q.

6) La masse m étant de 100 g, exploiter le graphe précédent et déterminer successivement par lecture graphique :(a) l’´elongation initiale x ; (b) la pseudo-période T ; (c) le décrément logarithmique δ. En déduire :(d) le facteur de qualité Q;(e) la période propre T_0 ;(f) le cœfficient d’amortissement h ;(g) la constante de raideur k du ressort.

EXERCICE N°6 BAC S1

Un solide (S) de masse m est fixé à l'extrémité d'un ressort de raideur K conformément au schéma ci-contre.
Un dispositif approprié crée une force excitatrice $\vec{F} = (F_m.\cos\omega t)\,\vec{i}$ assurant le mouvement de (S) sur l'axe x'ox.



Soit $\vec{F} = -\lambda\,\vec{v}$ la résultante des forces de frottements que subit (S) lors de son mouvement de translation.
λ est une constante positive , $\vec{v} = v_x\,\vec{i}$ est le vecteur vitesse de (S) avec $v_x = V_m(\cos\omega t+\varphi)$.

1) En appliquant le principe fondamental de la dynamique au solide (S) établir l'équation différentielle qui régit son mouvement en fonction de m, $\frac{dv}{dt}$, v, $\int v dt$, λ et k. **(0,5 point)**

2) Après avoir établi l'équation différentielle d'un circuit (R, L, C) aux bornes duquel on a appliqué une tension $u = U_m\cos\omega t$, faire l'étude analogique entre les grandeurs mécaniques de l'oscillateur et les grandeurs électriques . **(01,5 point)**

3) A l'aide de ces analogies, faire la construction de Fresnel de l'oscillateur. **(0,5 point)**

4) A l'aide de la construction de Fresnel, déterminer F_m et φ en fonction de λ , k , ω, m. **(0,5 point)**

5) Etablir les expressions de l'impédance mécanique $Z_{méc}$ et de l'amplitude X_m des oscillations mécaniques. **(01,5 point)**
6) Pour quelle valeur ω_0 de ω a-t-on la résonance mécanique ? **(0,5 point)**