

Série P₄ : GRAVITATION UNIVERSELLE

Données : La Terre est supposée à symétrie sphérique.

- Rayon de la Terre : $R_T = 6370 \text{ km}$;
- $G_0 = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$;
- Masse de la Terre : $M_T = 5,97.10^{24} \text{ kg}$;
- Constante universelle de gravitation : $K = 6,67.10^{-11} \text{ m}^3.\text{kg}^{-1}.\text{s}^{-2}$

Exercice 1

- 1- Qu'est-ce que le repère géocentrique ? Les vecteurs de base de ce repère tournent-ils avec la terre autour de l'axe des pôles ?
- 2- Enoncer la loi de Newton pour la gravitation.
- 3- Donner, en fonction de K , M_T et r l'expression du champ de gravitation G créé par une masse ponctuelle m en un point A situé à la distance r de la position O de cette masse. Calculer l'altitude h à laquelle le champ gravitationnel a diminué de 1%.
- 4- Donner l'expression du champ de gravitation terrestre G_0 à la surface de la Terre et celle du champ de gravitation terrestre G en un point A situé à l'altitude z de la Terre. Trouver la relation entre G et G_0 ...
- 5- Montrer qu'au voisinage de la Terre, à l'altitude h ($h \ll R$) que le champ de gravitation terrestre G peut se mettre sous la forme : $G = G_0 (1 - 2h/R_T)$
- 6- Montrer que la vitesse V d'un satellite en orbite circulaire autour de la Terre à l'altitude z est constante. Donner l'expression de la vitesse V en fonction de la constante gravitationnelle G , du rayon R de la Terre et de l'altitude z du satellite.

Application : Deux satellites (S_1) et (S_2) en orbite circulaire autour de la Terre ont respectivement pour altitude z_1 et z_2 . Lequel des deux satellites a la plus grande vitesse ? ($z_1 = 500\text{km}$; $z_2 = 1000\text{km}$)

7- Un satellite de masse m décrit une orbite circulaire autour d'une planète de masse M . La période du satellite est T , le rayon de son orbite est r . Donner, en fonction de T , r et de la constante gravitationnelle G , l'expression de la masse M de la planète.

Application : Le satellite et la planète étant respectivement la Lune et la Terre, calculer la masse de la Terre.

On donne : $r = 3,85.10^5 \text{ km}$ et $T = 27,25 \text{ jours}$.

- 8- Qu'est-ce qu'un satellite géostationnaire ? A quelle altitude z_G place-t-on un tel satellite ?
- 9- Un satellite tourne autour de la Terre, sur une orbite circulaire de rayon r , dans le plan équatorial terrestre. La Terre est supposée à symétrie sphérique. Le satellite se déplaçant d'Ouest en Est, quel intervalle de temps θ sépare deux passages consécutifs à la verticale d'un point donné de l'équateur ? (θ représente, pour un observateur terrestre situé en un point de l'équateur, la période de révolution du satellite).
- 10- Avec quelle vitesse V_L faut-il lancer un objet de la surface de la Terre pour qu'il s'en éloigne indéfiniment ? (V_L est appelée vitesse de libération ou deuxième vitesse cosmique).

Exercice 2

Le tableau suivant rassemble les valeurs numériques des périodes de révolution T et des altitudes z des orbites de quelques satellites artificiels de la Terre.

Base de lancement	Kourou	Baïkonour	Chine	Etats-unis
Satellite	Intelsat-V	Cosmos-197	Feng-Yun	USA-35
T	23 h 56 min	11 h 14 min	102,8 min	12 h
z (10^4 km)	3,58	1,91	0,09	2,02

- 1) Vérifier, à partir des valeurs numériques du tableau, que le rapport T^2/r^3 est constant.
- 2) A partir de la troisième loi de Kepler que l'on établira et de la valeur du rapport T^2/r^3 , calculer la masse M_T de la Terre.

Exercice 3

Le télescope Hubble a été mis en orbite circulaire autour du centre O de la Terre. Il évolue à l'altitude $z_H = 600$ km. Ce télescope, objet pratiquement ponctuel par rapport à la Terre, est noté H et a une masse $m = 12$ tonnes.

Les images qu'il fournira seront converties en signaux électriques et acheminées vers la Terre via un satellite G en orbite circulaire à une altitude $z_G = 35\,800$ km.

1) Appliquer la loi de gravitation de Newton ou loi de l'attraction universelle de Newton au télescope à l'altitude z et donner l'expression littérale de l'intensité F_H de la force de gravitation qu'il subit en fonction de G_0 , m , z et du rayon R de la Terre.

2) Calculer l'intensité de cette force pour $z = z_H = 600$ km ; ainsi que l'intensité G_H du champ gravitationnel à cette altitude.

3) Le mouvement du télescope est étudié dans le référentiel géocentrique dont l'origine est O.

3.a- Montrer que le mouvement circulaire du satellite est uniforme.

3.b- Donner l'expression littérale de la vitesse v du satellite sur son orbite en fonction de R , G_0 et z puis calculer sa valeur en $m.s^{-1}$ et en $km.s^{-1}$.

Exercice 6

1° a) Enoncer la loi de Newton.

b) Donner l'expression du champ de gravitation créé par une masse m ponctuelle en un point P situé à la distance r de cette masse. (Faire un schéma)

2° On suppose que la terre est exactement sphérique de rayon R , de masse M et qu'elle possède une répartition sphérique ;

a) Ecrire l'expression de la force qu'elle exerce sur une masse ponctuelle de 1 kg placée à sa surface. En déduire le champ de gravitation g_0 de la terre à l'altitude $z = 0$. Trouver enfin la valeur de M .

b) Montrer qu'à l'altitude z au dessus de la terre, le champ de gravitation g est donné par la relation $g = \frac{g_0 R^2}{(R + z)^2}$.

3° La fusée saturne met en orbite deux satellites. Saturne pèse au décollage environ 2800 tonnes. La force de propulsion exercée par les moteurs est $F = 32 \cdot 10^6$ N. Calculer l'accélération au décollage.

4° A l'aide de la fusée saturne on met sur deux orbites circulaires différents au tour de la terre les satellites S_1 et S_2 de même masse M' , assimilables à des points matériels différents les altitudes de S_1 et S_2 sont respectivement $z_1 = 1000$ km et $z_2 = 2000$ km.

a) quelles sont leurs vitesses (mesurées dans le référentiel géocentrique). Ces vitesses dépendent-elles de M' ?

b) Exprimer et calculer les durées de révolution T_1 et T_2 des satellites. Calculer leurs vitesses angulaires.

Données : rayon de la Terre $R = 64000$ km ; $g_0 = 9,8$ $m.s^{-2}$.

5° En considérant que la terre dans le référentiel géocentrique a un mouvement de rotation d'Ouest en Est autour de l'axe des pôles en raison d'un tour en 24h et que les satellites se déplacent vers l'Est.

a) déterminer l'intervalle de temps qui sépare deux passages au même instant des deux satellites à la même verticale d'un point donné de l'équateur.

b) quel est l'intervalle de temps qui sépare les passages de chaque satellite au dessus de deux points de l'équateur distants de 940 km,

6° on veut mettre les deux satellites sur la même orbite ; pour cela on fournit au satellite S_1 de l'énergie ΔE . Exprimer cette énergie en fonction de z_1 et de z_2 et la calculer. Que peut-on dire des vitesses des satellites ?

7° Les astronautes de S_2 cherchent à rejoindre S_1 en restant sur la orbite. Pour cela ils allument auxiliaire faisant la vitesse de v_1 à v_2 .

a) indiquer la direction et l'orientation, de la force f exercée par le moteur.

b) exprimer la norme de f en fonction de m_1 , r_1 ; v_1 et v_2 dans cas où $v_2 - v_1 \ll v_1$, on utilisera l'approximation $(v_2^2 - v_1^2) = 2v_1(v_2 - v_1)$.

Application numérique : $v_2 - v_1 = 5$ m/s $m_1 = 2000$ kg.

Exercice 7

Données : La Terre et la Lune sont considérées comme des corps sphériques homogènes.

Masse de la Lune : $M_L = 7,34 \cdot 10^{22}$ kg ; $R_L = 1\,740$ km

Distance des surfaces de la Terre et de la Lune $D = 384 \cdot 10^3$ km

Durée du jour solaire : $T_1 = 86\,400$ s ; Durée du jour sidéral $T_2 = 86\,164$ s.

- 1) Calculer le champ de gravitation créé par la Lune à sa surface.
- 2) Calculer la force de gravitation qu'exerce la Lune sur la Terre.
- 3) En quel point du segment joignant les centres de la Lune et de la Terre la force de gravitation est-elle nulle ?
- 4) Démontrer que l'énergie potentielle de gravitation d'un corps de masse m situé à la distance r du centre d'une planète de masse M , vaut : $E_p = - K M m / r$. Prendre $E_p = 0$ à l'infini.
- 5) Exprimer la vitesse de libération V_1 ou première vitesse cosmique, d'un objet par rapport à une planète de masse M et rayon R en fonction de K , M et R . Faire l'application numérique pour la Terre et pour la Lune.
- 6) Déterminer l'altitude à laquelle doit évoluer un satellite terrestre géostationnaire.
- 7) Un satellite passe tous les 26 jours au-dessus de la verticale d'un lieu terrestre après 370 révolutions, son altitude est alors de 830 km. Ces données sont-elles compatibles avec le fait que le satellite a une trajectoire circulaire autour de la Terre ? Justifier la réponse. On admet que la période est mesurée à 1 % près. **(Extrait Bac S1 S3 2001)**

Exercice 6

On considère une planète P de masse M . Le mouvement de l'un de ses satellites S , assimilé à un point matériel de masse m , est étudié dans un référentiel considéré comme galiléen, muni d'un repère dont le centre coïncide avec le centre O de la planète P et les trois axes dirigés vers trois étoiles fixes.

On admet que la planète a une distribution de masse à symétrie sphérique et que l'orbite de son satellite est un cercle de centre O et de rayon r .

- 1) Donner les caractéristiques de la force de gravitation F exercée par la planète P sur le satellite S . Faire un schéma.
- 2) Donner l'expression du champ de gravitation G créé par la planète P au point où se trouve le satellite S . Représenter ce vecteur champ de gravitation G sur le schéma précédent.
- 3) Déterminer la nature du mouvement dans le référentiel d'étude précisé
- 4) Exprimer le module de la vitesse V et la période de révolution T du satellite S en fonction de la constante de gravitation G , du rayon r de la trajectoire du satellite S et de la masse M de la planète P .
Montrer que le rapport T^2/r^3 est une constante.
- 5) Sachant que l'orbite du satellite S a un rayon $r = 185\,500$ km et que sa période de révolution vaut $T = 22,6$ heures, déterminer la masse M de la planète P .
- 6) Un autre satellite S' de la planète P a une période de révolution $T' = 108,4$ heures. Déterminer le rayon r' de son orbite. **(Extrait Bac S2 98)**

Exercice 5

Dans le référentiel géocentrique un satellite évolue sur une orbite circulaire de rayon $r_1 = 20\,000$ km dans le plan équatorial de la Terre. Il se déplace d'Ouest en Est. La période du mouvement de rotation de la Terre dans ce référentiel est $T_0 = 86\,164$ s.

- 1) Montrer que le mouvement de rotation du satellite est uniforme.
- 2) Etablir l'expression de la vitesse du satellite dans le référentiel géocentrique puis calculer sa valeur.
- 3) En déduire l'expression de la période T_1 du mouvement du satellite puis calculer sa valeur.
- 4) Déterminer la valeur r de l'orbite du satellite pour qu'il soit géostationnaire.
- 5) Quelle est pour un observateur terrestre, la période de révolution T_a du satellite évoluant sur l'orbite circulaire de rayon $r_1 = 20\,000$ km.
- 6) Un autre satellite, de période T_2 évoluant dans le plan équatorial de la Terre sur une orbite circulaire de rayon $r_2 = 18\,000$ km dans le même sens que le premier.

A l'aide d'un schéma clair indiquer les positions des deux satellites quand leur distance est minimale.

Ce rapprochement entre les deux satellites se répète périodiquement. Calculer la période Δ de ces rapprochements.

(Extrait Bac D 96)

JOOBPC