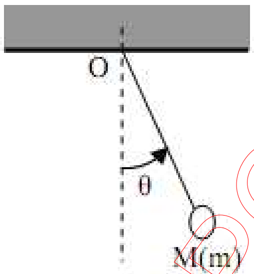
SERIE D'EXERCICES SUR LES APPLICATIONS DES BASES DE LA DYNAMIQUE

EXERCICE N°1 : Oscillation d'un pendule simple

Un pendule simple est constitué d'un objet ponctuel de masse m, suspendu à un fil tendu, inextensible et sans masse, de longueur l. Le champ de pesanteur terrestre est supposé uniforme et la résistance de l'air négligeable. L'extrémité O du fil est fixe.

1. Faire le bilan des forces appliquées à l'objet M.
2. Etablir l'équation différentielle du mouvement de M étudié dans le plan de la figure.
3. On fait l'approximation $\sin\theta = \theta$ (valable pour de petits angles). Déterminer la pulsation propre ω_0 des oscillations en fonction de g et de l.
4. Déterminer l'équation horaire du mouvement $\theta(t)$ en supposant qu'à l'instant t = 0, l'objet M est abandonné sans vitesse initiale d'une position repérée par l'angle θ_0 .
5. Exprimer la valeur maximale V_{MAX} de la vitesse de M au cours du mouvement en fonction de θ_0 , de g et de l.



EXERCICE N°2 (bac S1)

Un skieur glisse sur une piste horizontale DA, à vitesse constante. En A, il aborde une portion de piste circulaire de rayon r = BA (B est sur la verticale de A) ; voir figure. Les frottements sont négligeables et on admet que le skieur est assimilable à un point matériel M dont la trajectoire suit la forme de la piste.

2.1 - Établir l'expression littérale de la vitesse du skieur en fonction de l'angle θ = ABM et de la vitesse v_A.

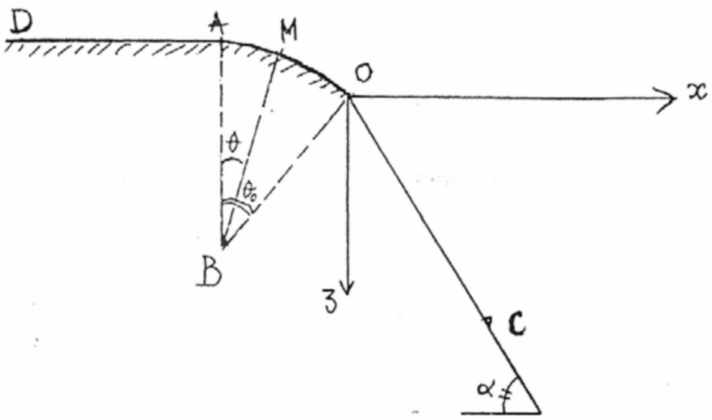
2.2 - Le skieur quitte la piste en un point O tel que θ_0 = ABO. Calculer l'angle θ_0.

A.N. : $v_A = 10\ m.s^{-1}$; BA = R = 20 m ; $g = 10\ m.s^{-2}$

2.3. - Au même point O commence une troisième portion de piste rectiligne faisant un angle α = 45° avec la verticale.

2.3.1 - Donner l'équation de la trajectoire de M dans le repère Oxz.

2.3.2 - Le skieur arrive sur la piste de réception au point C distance OC. Calculer la distance OC



SERIE D'EXERCICES SUR LES APPLICATIONS DES BASES DE LA DYNAMIQUE

EXERCICE N°3

N.B : - L'accélération de la pesanteur g = 10 m.s^{-2}
- Toutes les forces de frottement sont négligées.

Un projectile de masse m = 100 grammes est tiré à partir d'un point O du plan horizontal du sol avec une vitesse V_0 égale à 200 m/s, faisantt un angle α avec (O i)

3.1 - Etablir l'équation cartésienne du mouvement du projectile dans le repère (O, i, j).

3.2 - On désire atteindre un point A de coordonnées A(xA, yA, 0) avec ce projectile

3.2.1 - Montrer que le point A doit se trouver dans une région de l'espace limitée par une parabole. On donnera l'équation de la parabole et on indiquera la région accessible sur un schéma

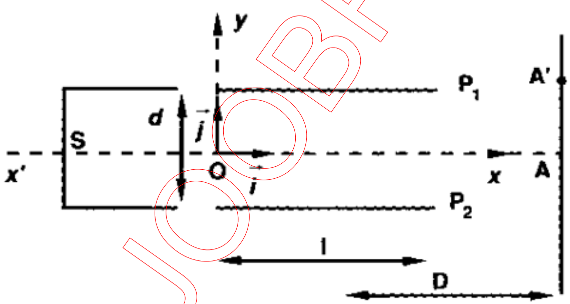
3.2.2 - On donne les points A_1 (1000 m, 2000 m, 0) et A_2 (2000 m, 1000 m, 0). Lequel de ces deux points peut être atteint ? Déterminer alors les angles de tir permettant d'atteindre ce point. Quelle est la norme de la vitesse du projectile au moment où il atteint le point ?

.

EXERCICE N°4

Une substance radioactive, émettant des particules alpha (noyaux d'hélium), est placée en S au fond d'un cylindre creux en plomb d'axe xx'.

Le faisceau pénètre en O dans l'espace vide d'air entre deux plaques horizontales P_1 et P_2 d'un condensateur.



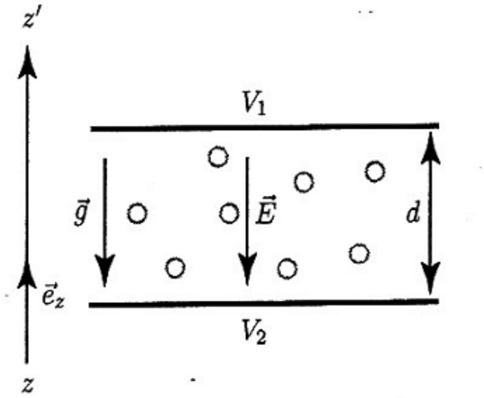
d = 10 cm ; l = 15 cm ; D = 50 cm

En l'absence de champ électrique entre les plaques on observe sur une plaque photographique disposée perpendiculairement à l'axe xx' à une distance D du centre des plateaux, une tache en A.

1. les plaques sont soumises à une différence de potentiel U_{12} = -6,0.10^{4}V ; donner le sens du vecteur champ **E**.
2. Etablir l'équation de la trajectoire des particules alpha.
3. Donner la nature du mouvement lorsque la particule alpha sort de la zone au règne le champ E .
4. On mesure la distance AA' = 8 ,5.10^{-3} m. Calculer la vitesse d'éjection des particules alpha.

EXERCICE N°5

5.1. - On disperse un brouillard de fines gouttelettes sphérique d'huile, de masse volumique ρ_h 1,3 10^3 kg m^{-3} , dans l'espace séparant les deux plaques horizontales d'un condensateur plan distantes de d = 2.10^{-2}m. Les gouttelettes obtenues sont chargées négativement en raison des frottements qu'elles subissent à la sortie du pulvérisateur et sont supposées ne pas avoir de vitesse initiale (cf. figure ci-dessus). Toutes les gouttelettes sphériques ont même rayon R mais n'ont pas forcément la même charge -q à l'absence de champ électrique E, une gouttelette est soumise à son poids (on prendra pour l'accélération de la pesanteur la valeur de g = 9,81 $m.s^{-2}$), à la poussée d'Archimède de la part de l'air ambiant de masse volumique ρ_a =1,3 kg m^{-3} et à une force de frottement visqueux f , proportionnelle et opposée à sa vitesse V de norme $f = 6\pi\eta RV$ où $\eta = 1.8.10^{-5}$ S.I est le coefficient de viscosité de l'air



Montrer que la vitesse v (t) des gouttelettes peut se mettre sous la forme :

$$\vec{v}(t) = -v_0\left[1-\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]\vec{e_z}.$$

5.2.-Exprimer V_0

5.3.- On mesure une vitesse limite v = 10^{-4} m s^{-1}. Calculer le rayon R des gouttelettes d'huile.

5.4. - On applique une différence de potentiel $U = V_1 - V_2 > 0$ aux bornes du condensateur de façon à ce que le champ électrique E uniforme et constant qui apparaît dans l'espace compris entre les armatures soit dirigé suivant la verticale descendante (cf. figure ci-dessus). Exprimer la relation qui existe entre U et la norme E du champ électrique.

5.5. - Une gouttelette est immobilisée pour U = 3200 V . Calculer la valeur absolue q de sa charge.

EXERCICE N°6

Un solide ponctuel (S_1), de masse m1 = 18 g , est posé devant un ressort de raideur k = 100 $N.m^{-1}$ comprimé de a = 6 cm .Le système est sur un plan horizontal dont la partie OM = 20 cm présente des forces de frottement opposées au mouvement dont l'intensité est f = 18.10^{-2} N .

A l'extrémité de la piste en M un solide (S2) ponctuel de masse $m_2 = 3.m_1$ est suspendu par l'intermédiaire d'un fil de longueur l attaché à un axe horizontal (voi figure en bas.) .

On libère le ressort sans vitesse initiale :

1°) Calculer la vitesse V_O de (S_1) au passage par la position O .

2°) Calculer la vitesse V_1 de (S_1) au passage par la position M .

3°) Au point M , (S_1) heurte un deuxième solide (S_2) en plein fouet ; le choc est parfaitement élastique et les vitesses juste après le choc restent colinéaires .

3.1 Calculer les valeurs algébriques V_1' et V_2' des vitesses des mobiles (S_1) et (S_2) à l'instant après le choc .

3.2. Avec quelle vitesse arrive le solide (S_1) au niveau du ressort ?

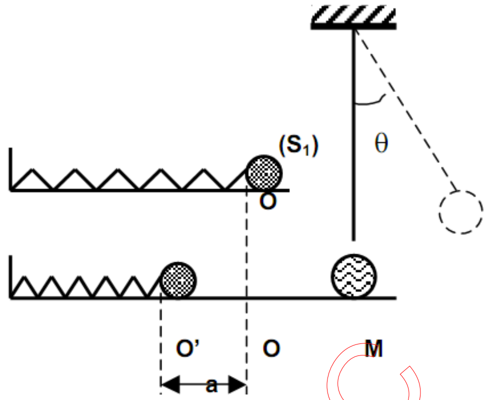
SERIE D'EXERCICES SUR LES APPLICATIONS DES BASES DE LA DYNAMIQUE

3.3. Donner l'expression de la vitesse du solide (S_2) en un point de sa trajectoire circulaire en fonction de g, θ, l et V_2'

3.4. Déduire alors l'expression de la tension du fil exercée sur (S_2) en fonction de m , g , , θ , l et V_2'

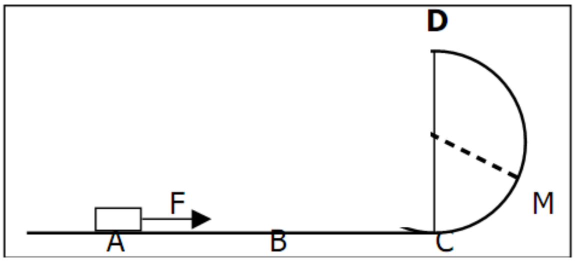
3.5. Pour quelle valeur de l'angle q la tension est minimale ?

f) Quelle doit être la longueur minimale du fil pour que le fil fasse un tour complet (le fil reste tendu) ?



EXERCICE N°7

On donne le schéma d'une piste ABCD situé dans un plan Vertical parfaitement lisse .La résistance de l'air est négligeable. On étudie le mouvement d'un solide (S) de masse m au repos a partir d'un point A on applique alors sur (S) le long de la partie AB de sa trajectoire une force F constante, on pose AB=l



7.1. Déterminer en fonction de F, l, m l'expression de la vitesse de (S) en B

7.2. Au point M définie par l'angle θ = (OC , OM) établir :

7.2.1 L'expression de V_M vitesse du solide en fonction de F, l, m, r, θ et g

7.2.2 L'expression de R de la réaction de la piste en fonction en fonction de F ,l, m ,r, θ ,g

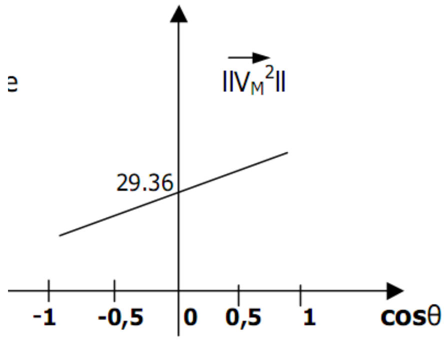
7.3 De l'expression de R déduire en fonction de m, g, r , l la valeur minimal llF0ll de llFll pour que (S) atteigne D. Calculer F_0 sachant que m=0,500Kg ; r=1,00m ,l=1,50m $g=9,8NKg^{-1}$

7.4. On donne à F la valeur de F_0 , on place deux capteurs reliés à deux chronomètres en deux points M_1 et M_2 quelconque de la trajectoire circulaire de manière à mesurer le temps , cela nous permet de calculer les vitesses en M_1 et M_2

7.4.1: Montrer en utilisant le résultat de la question (**7.2.1** :) que cette procédure expérimentale permet de tracer le graphe $V^2_M=f(\cos\theta)$

7.4.2: Déduire de la courbe la valeur de F

SERIE D'EXERCICES SUR LES APPLICATIONS DES BASES DE LA DYNAMIQUE



EXERCICE N°8

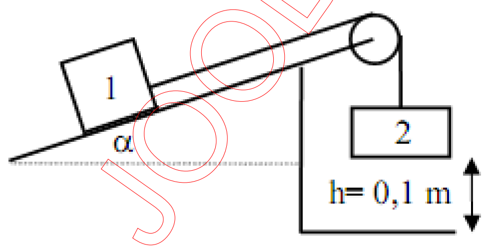
$g = 9,8\ m.s^{-2}$

. Les deux corps 1 et 2 de masses $m_1 = 1$ kg et $m_2 = 2$ kg sont liés par un fil qui passe dans la gorge d'une poulie idéale de masse négligeable et d'axe fixe. Le corps 1 glisse sans frottement sur un plan incliné sur l'horizontale d'un angle $\alpha = 30°$. On lâche le système sans vitesse initiale.

8.1. Calculer les accélérations prises par les deux corps, la tension T du fil et la force exercée par le plan incliné sur le corps 1.

8.2. Calculer les vitesses des deux corps lorsque le corps 2 heurte le sol.

8.3. Le corps 2 s'immobilise alors et le fil se détend. Quelle distance le corps 1 parcourt-il encore avant de s'arrêter ?



EXERCICE N°9

Un point matériel M se déplace sans frottements à l'intérieur d'une gouttière circulaire (toboggan terminé par un cercle de rayon a). Il est lâché en A, d'une hauteur h, sans vitesse initiale. On note g l'intensité du champ de pesanteur.

9.1 Exprimer en fonction de a, h, g et θ la norme Vm de la vitesse du point M lorsqu'il est à l'intérieur du demi-cercle.

9.2. De quelle hauteur h_{min} doit on lâcher le point matériel sans vitesse initiale en A pour qu'il arrive jusqu'au point le plus haut du demi-cercle ($\theta = \pi$).

9.3. Dans ces conditions, donner l'expression de la réaction du support au point I d'entrée du demi-cercle ($\theta = 0$).

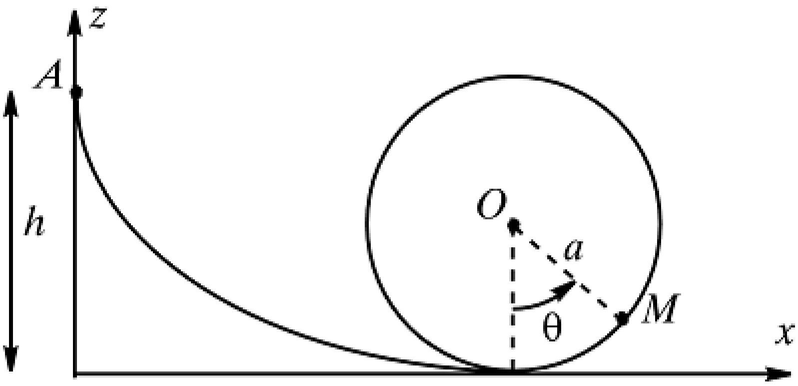
9.4 Déterminer les limites h_1 et h_2 telles que :

9.4.1 si $h < h_1$, le point M effectue des oscillations.

9.4.2. si $h_1 < h < h_2$, M quitte la gouttière et chute pour $\pi/2 < \theta < \pi$.

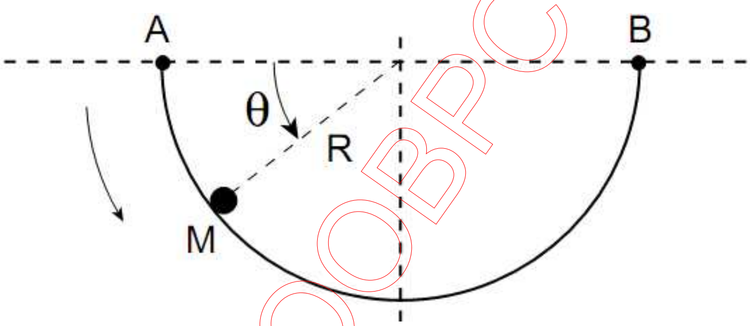
9.4.3. si $h > h_2$, le point M fait des tours complets (si le guide circulaire se poursuit).

SERIE D'EXERCICES SUR LES APPLICATIONS DES BASES DE LA DYNAMIQUE



EXERCICE N°10: Roulement d'une bille

Une bille de masse m roule sur une piste semi-circulaire de rayon R. On note A le point en haut `a gauche de la piste et B le point en haut `a droite de la piste. La bille est repérée par l'angle θ fait avec l'axe horizontal (voir Figure 2). On note g l'accélération de la pesanteur.



10.1 Dans cette première partie les frottements sont n´négligés. La bille est lâchée du point A sans vitesse initiale.

10.1.1. En utilisant un théorème de l'´energie, déterminer la vitesse de la bille en un point quelconque M en fonction de R, θ et g. En déduire le point ou la vitesse est maximale. Que vaut alors cette vitesse?

10.1.2. En utilisant le principe fondamental de la dynamique, calculer la force exercée par la piste sur la bille en fonction de m, θ et g. O`u est-elle maximale? Quelle est alors sa valeur?

10.2. On suppose maintenant qu'il existe des frottements solides entre la piste et la bille. La bille part encore du point A sans vitesse initiale.

10.2.1. Faire un schéma faisant apparaitre les forces s'appliquant sur la bille en M.

10.2.2 Sans faire de calcul, dire si le travail de la force de frottement pour aller de A `a B est un travail moteur ou un travail résistant. Justifier votre réponse.

10.2.3. En appliquant un théorème de l'´energie et en utilisant le résultat de la question précédente, déduire qu'il est impossible que la bille atteigne le point B.

SERIE D'EXERCICES SUR LES APPLICATIONS DES BASES DE LA DYNAMIQUE

EXERCICE N°11

1. Un point matériel M, de masse m, est suspendu à un point fixe C par un fil de longueur ℓ, constituant ainsi un pendule soumis à l'accélération de la pesanteur $\vec{g}$ (figure 1). On repèrera sa position par l'angle θ qu'il fait avec la verticale.
   On lâche le pendule sans vitesse initiale du point A tel que $\theta(t=0) = \pi/2$, le fil restant toujours tendu. On travaillera dans la base polaire ou la base de Frénet.

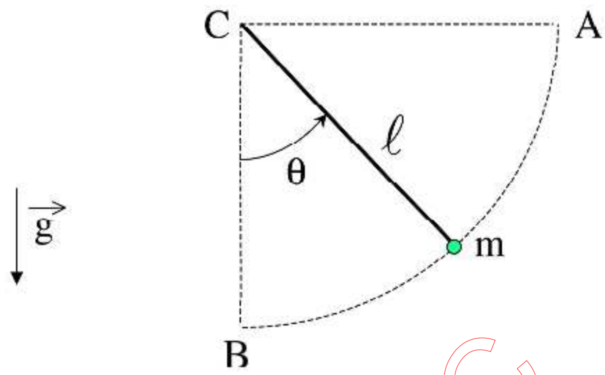


FIG. 1 –

   (a) Calculer l'énergie potentielle de la masse m lorsque le pendule fait un angle θ avec la verticale.
   (b) Par une approche énergétique, calculer la vitesse v_B du point M lorsqu'il atteint le point B le plus bas de sa trajectoire (fil vertical).
   (c) À l'aide du principe fondamental de la dynamique, montrer de manière très simple qu'au point B l'accélération est verticale. En ce point B, en déduire dans la base polaire ou de Frénet l'expression de la tension $\vec{T}_B$ en fonction de m et g.

2. Une tige horizontale est fixée au point C' situé à une distance d sous C, avec $d > \ell/2$, de telle sorte que le fil voit sa longueur passer de ℓ à $\ell - d$ lorsque le pendule passe en B (figure 2). On supposera que l'énergie mécanique est conservée lors du choc sur la tige.

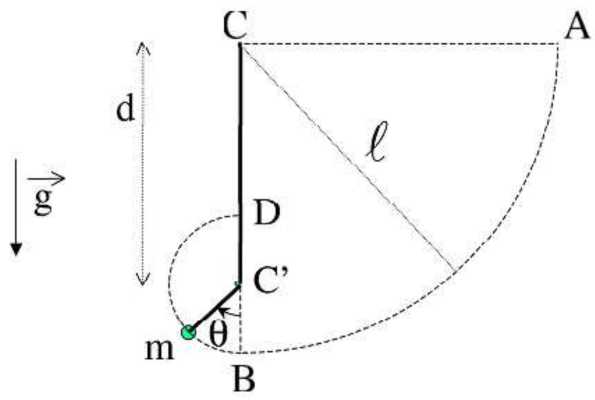


FIG. 2 –

   En supposant que le fil toujours tendu arrive jusqu'en D (situé à la verticale au dessus de C'), calculer par une approche énergétique la vitesse v_D de la masse m au point D.

SERIE D'EXERCICES SUR LES APPLICATIONS DES BASES DE LA DYNAMIQUE

EXERCICE N°12

Fusée

I_{27}. Propulsion par moteur fusée (d'après centrale 2002 MP).

On étudie une fusée de masse totale (à l'instant t) $m(t)$ et de vitesse $\vec{V}(t)$ dans un référentiel galiléen R ; soit D_m le débit massique (constant) de gaz éjectés, et $\vec{u}$ leur vitesse d'éjection dans le référentiel R' lié à la fusée. La résultante des forces extérieures exercées sur la fusée est notée $\vec{R}$.

1) En effectuant un bilan de quantité de mouvement entre les instants t et $t+dt$ *sur un système fermé*, montrer que, $m(t)\dfrac{d\vec{V}(t)}{dt} = \vec{R} + \vec{T}$ où $\vec{T} = -D_m\vec{u}$ est la force de poussée.

2) On considère une fusée se déplaçant dans le vide, en l'absence de pesanteur ; les masses initiale et finale de cette fusée sont m_i et m_f ; $\vec{u}$ et $\vec{V}(t)$ ont la même direction fixe. Exprimer l'accroissement de vitesse $\Delta V = V_f - V_i$ en fonction de m_i, m_f et u où u est la norme de $\vec{u}$ supposée constante.

Dans les questions suivantes, le référentiel $\mathscr{R}$ (muni du repère $Oxyz$) est lié au sol.

3) À $t = 0$, une fusée initialement immobile située à l'altitude $z = 0$ est mise à feu. Supposons dans un premier temps que la fusée s'élève verticalement, dans un champ de pesanteur $\vec{g}$ supposé constant, avec un débit massique D_m constant. La planète est supposée sans atmosphère. Établir les expressions de la vitesse $V(t)$ et de l'altitude $z(t)$ en fonction du temps, de $m(0)$, g, u et D_m.

On donne $\int \ln(x)dx = x\ln(x) - x$.

fin

AU TRAVAIL !