

Exercice n°1

La loi d'attraction universelle est de la forme $F = \varepsilon m_1 m_2 / d^2$

ε est une constante et d la distance en mètres entre les deux corps de masses m_1 et m_2 (en kilogrammes). F est exprimée en newtons. On note G_0 l'accélération de la pesanteur au niveau du sol.

- 1.** Exprimer G_0 en fonction de ε , du rayon R de la terre et de la masse M de la terre, en supposant celle-ci concentrée en son centre.
- 2.** Un satellite artificiel tourne de la terre à une altitude z en effectuant un mouvement circulaire uniforme autour de celle-ci. Quelle est son accélération G en fonction de ε , R , M et de z ? Exprimer ensuite G en fonction de G_0 , R et z ?
- 3.** Quelle est sa vitesse en fonction de G_0 , R et z ?
- 4.** Exprimer la durée de révolution du satellite.

Exercice n°2 : les trois questions sont indépendantes.

1. Le tableau suivant indique la période de révolution ainsi que le rayon des trajectoires des cinq satellites d'Uranus découverts depuis la Terre, avant 1950.

satellite	T (en s)	r (en km)	
Miranda	$1.22 \cdot 10^5$	130 000	
Ariel	$2.17 \cdot 10^5$	192 000	
Umbriel	$3.56 \cdot 10^5$	267 000	
Titania	$7.50 \cdot 10^5$	438 000	
Obéron	$1.16 \cdot 10^6$	586 000	

- a.** Vérifiez la 3^{ième} loi de Kepler !
 - b.** Calculer la masse d'Uranus
- 2.** Déterminer la masse m_T de la Terre sachant que la Lune tourne autour de cette dernière sur une orbite approximativement circulaire de rayon $r_1 = 3.85 \cdot 10^5$ km et que sa période est voisine de $T_L = 27.25$ jours.
 - 3.** Déterminer la masse m_S du Soleil sachant que la Terre tourne autour de ce dernier sur une orbite approximativement circulaire de rayon $r = 1.5 \cdot 10^8$ km et que sa période est voisine de $T_L = 365.25$ jours.

Exercice n° 3

1. On veut placer un satellite géostationnaire autour de Mars, pour préparer une éventuelle mission sur cette planète. Calculer l'altitude du satellite, sachant que : masse de Mars = $6.42 \cdot 10^{23}$ kg ; rayon équatorial : $R = 3398$ km ; période de rotation sidérale : 24.62 h

2. La navette spatiale Columbia a été placée sur une orbite circulaire à une altitude $z = 250$ km.

- a.** Calculer sa vitesse et sa période de révolution T
- b.** Le plan de l'orbite de Columbia passait le 28 novembre 1983 par Cherbourg et Nice. Ces deux villes sont distantes de 940 km. En négligeant la rotation de la Terre, quel intervalle de temps sépare le passage de Columbia au-dessus de ces deux villes ?

Rép. : b) 121 s

3. Un satellite se trouve sur une orbite circulaire dans le plan de l'équateur, à une altitude de 500 km. Calculer la durée entre deux passages successifs de ce satellite à la verticale d'un point donné de l'équateur,

a. lorsque le satellite se déplace dans le même sens que la Terre

b. lorsque le satellite se déplace dans le sens opposé à celui de la Terre

(a : $\Delta t = 1\text{h}40\text{min}51\text{s}$ b : $\Delta t = 5306\text{s}$)

Exercice n°4: vitesse de libération

Calculer la vitesse de libération (ou vitesse d'« évasion ») à la surface des astres suivants, dont les masses et les rayons respectifs sont :

1. pour la Lune : $M_L = 7,4 \cdot 10^{22}\text{ kg}$ et $R_L = 1\,700\text{ km}$,

2. pour Mars : $M_{Ma} = 6,4 \cdot 10^{23}\text{ kg}$ et $R_{Ma} = 3\,400\text{ km}$,

3. pour Mercure : $M_{Me} = 3,3 \cdot 10^{23}\text{ kg}$ et $R_{Me} = 2\,440\text{ km}$.

Exercice n°5. Énergie de satellisation

Données :

Masse de la Terre : $M_T = 6,00 \cdot 10^{24}\text{ kg}$;

Rayon de la Terre : $R_T = 6400\text{ km}$;

Masse du satellite : $m = 500\text{ kg}$.

Constante de gravitation : $G = 6,673 \cdot 10^{-11}\text{ (SI)}$

1. Que vaut la vitesse angulaire de rotation propre Ω de la Terre ?

2. Exprimer la vitesse d'un point décrivant un mouvement circulaire de rayon ρ à la vitesse angulaire ω . Calculer cette vitesse si la vitesse angulaire est Ω et la distance $\rho = 42300\text{ km}$.

3. On considère un satellite en orbite géostationnaire (On négligera tout frottement).

3.1 Expliquer ce qu'est un satellite en orbite géostationnaire. Dans quel plan se trouve cette orbite ? cette orbite peut-elle être elliptique ?

3.2. Établir que le satellite géostationnaire se situe à la distance $r_0 = 42300\text{ km}$ du centre de la Terre.

4. On veut placer un satellite sur une orbite circulaire géostationnaire à l'aide d'une fusée dont la base est située à une latitude $\lambda = 5^\circ\text{ N}$ (Kourou).

4.1. Faire un schéma explicatif indiquant ce qu'est la latitude λ .

4.2. Décrire le référentiel géocentrique.

4.3. Exprimer la vitesse de la fusée encore au sol dans le référentiel géocentrique ; la calculer.

4.4. En déduire l'expression de l'énergie cinétique du satellite encore au sol ; la calculer.

4.5. Déterminer l'expression de l'énergie potentielle du satellite encore au sol (on prendra cette énergie nulle à l'infini) ; la calculer.

4.6. En déduire son énergie mécanique E_{m1} au sol.

5. Exprimer l'énergie mécanique E_{m2} du satellite une fois en orbite ; la calculer.

6. En déduire l'expression de l'énergie de satellisation c'est-à-dire l'énergie nécessaire à la mise en orbite.

Exercice n°6

Données : La Terre et la Lune sont considérées comme des corps sphériques homogènes.

Masse de la Lune : $M_L = 7,34 \cdot 10^{22}\text{ kg}$; $R_L = 1\,740\text{ km}$

Distance des surfaces de la Terre et de la Lune $D = 384 \cdot 10^3\text{ km}$

Durée du jour solaire : $T_1 = 86\,400\text{ s}$; Durée du jour sidéral $T_2 = 86\,164\text{ s}$.

1. Calculer le champ de gravitation créé par la Lune à sa surface.

2. Calculer la force de gravitation qu'exerce la Lune sur la Terre.

3. En quel point du segment joignant les centres de la Lune et de la Terre la force de gravitation est-elle nulle ?

4. Démontrer que l'énergie potentielle de gravitation d'un corps de masse m situé à la distance r du centre d'une planète de masse M , vaut : $E_p = -KMm/r$. Prendre $E_p = 0$ à l'infini.

5. Exprimer la vitesse de libération V_1 ou première vitesse cosmique, d'un objet par rapport à une planète de masse M et rayon R en fonction de K , M et R . Faire l'application numérique pour la Terre et pour la Lune.

6. Déterminer l'altitude à laquelle doit évoluer un satellite terrestre géostationnaire.

7. Un satellite passe tous les 26 jours au-dessus de la verticale d'un lieu terrestre après 370 révolutions, son altitude est alors de 830 km. Ces données sont-elles compatibles avec le fait que le satellite a une trajectoire circulaire autour de la Terre ? Justifier la réponse. On admet que la période est mesurée à 1 % près. (Extrait Bac S1 S3 2001)

Exercice n°7

Dans le référentiel géocentrique un satellite évolue sur une orbite circulaire de rayon $r_1 = 20\,000$ km dans le plan équatorial de la Terre. Il se déplace d'Ouest en Est. La période du mouvement de rotation de la Terre dans ce référentiel est $T_0 = 86\,164$ s.

1. Montrer que le mouvement de rotation du satellite est uniforme.

2. Etablir l'expression de la vitesse du satellite dans le référentiel géocentrique puis calculer sa valeur.

3. En déduire l'expression de la période T_1 du mouvement du satellite puis calculer sa valeur.

4. Déterminer la valeur r de l'orbite du satellite pour qu'il soit géostationnaire.

5. Quelle est pour un observateur terrestre, la période de révolution T_a du satellite évoluant sur l'orbite circulaire de rayon $r_1 = 20\,000$ km.

6. Un autre satellite, de période T_2 évoluant dans le plan équatorial de la Terre sur une orbite circulaire de rayon $r_2 = 18\,000$ km dans le même sens que le premier.

A l'aide d'un schéma clair indiquer les positions des deux satellites quand leur distance est minimale.

Ce rapprochement entre les deux satellites se répète périodiquement. Calculer la période \square de ces rapprochements. (Extrait Bac 96)

Exercice n° 8

1° a) Enoncer la loi de Newton.

b) Donner l'expression du champ de gravitation créé par une masse m ponctuelle en un point P situé à la distance r de cette masse. (Faire un schéma)

2° On suppose que la terre est exactement sphérique de rayon R , de masse M et qu'elle possède une répartition sphérique ;

a) Ecrire l'expression de la force qu'elle exerce sur une masse ponctuelle de 1 kg placée à sa surface. En déduire le champ de gravitation g_0 de la terre à l'altitude $z = 0$. Trouver enfin la valeur de M .

b) Montrer qu'à l'altitude z au dessus de la terre, le champ de gravitation g est donné par la relation

$$g = \frac{g_0 R^2}{(R + z)^2}.$$

3° La fusée saturne met en orbite deux satellites. Saturne pèse au décollage environ 2800 tonnes. La force de propulsion exercée par les moteurs est $F = 33 \cdot 10^6$ N.

Calculer l'accélération au décollage.

4° A l'aide de la fusée saturne on met sur deux orbites circulaires différents au tour de la terre les satellites S_1 et S_2 de même masse M' , assimilables à des points matériels différents les altitudes de S_1 et S_2 sont respectivement $z_1 = 1000$ km et $z_2 = 2000$ km.

a) quelles sont leurs vitesses (mesurées dans le référentiel géocentrique). Ces vitesses dépendent-elles de M' ?

b) Exprimer et calculer les durées de révolution T_1 et T_2 des satellites. Calculer leurs vitesses angulaires.

Données : rayon de la Terre $R = 64000$ km ; $g_0 = 9,8$ m.s⁻².

5° En considérant que la terre dans le référentiel géocentrique a un mouvement de rotation d'Ouest en Est autour de l'axe des pôles en raison d'un tour en 24h et que les satellites se déplacent vers l'Est.

a) déterminer l'intervalle de temps qui sépare deux passages au même instant des deux satellites à la même verticale d'un point donné de l'équateur.

b) quel est l'intervalle de temps qui sépare les passages de chaque satellite au dessus de deux points de l'équateur distants de 940 km,

6° on veut mettre les deux satellites sur la même orbite ; pur cela on fournit au satellite S_1 de l'énergie ΔE . Exprimer cette énergie en fonction de z_1 et de z_2 et la calculer. Que peut-on dire des vitesses des satellites ?

7° Les astronautes de S_2 cherchent à rejoindre S_1 en restant sur la orbite. Pour cela ils allument auxiliaire faisant la vitesse de v_1 à v_2 .

a) indiquer la direction et l'orientation, de la force f exercée par le moteur.

b) exprimer la norme de f en fonction de $m_1, r_1 ; v_1$ et v_2 dans cas ou $v_2 - v_1 \ll v_1$, on utilisera l'approximation $(v_2^2 - v_1^2) = 2v_1(v_2 - v_1)$.

Application numérique : $v_2 - v_1 = 5\text{m/s}$ $m_1 = 2000\text{kg}$.

Exercice n°9

La Terre est assimilée à une sphère homogène de centre o , de masse M et de rayon R .

Le champ de gravitation créé par la Terre en tout point A de l'espace situé à une distance r du point O est

$$\mathbf{G} = -\frac{K m}{r^2} \mathbf{u} \quad \text{K constante universelle} \quad \text{et} \quad \mathbf{u} = \frac{\mathbf{OA}}{\|\mathbf{OA}\|}$$

1 Un satellite(S) de masse m décrit d'un mouvement une orbite circulaire de rayon r autour de la Terre.Le mouvement est rapporté au repère géocentrique et on suppose que S est soumis à la seule action du champ de gravitation terrestre.

1-1 Exprimer la vitesse V de (S) en fonction de l'intensité g_0 du champ de gravitation au sol,de R et de r .

1-2 En déduire l'expression de la période T du mouvement. Calculer T .

On donne : $R=6400\text{km}$; $g_0=9.8 \text{ m/s}^2$; $r=8000\text{km}$.

2-

2-1 A partir du travail élémentaire, $dw=f.dr$ de la force de gravitation exercée par la terre sur le satellite, montrer que le travail de cette force, lors du déplacement du sol jusqu'à l'orbite de rayon r est donné par :

$$w = mg_0 R^2 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right)$$

2-2 En déduire l'expression de l'énergie potentielle du système Terre-satellite en fonction de g_0 , m , r et R . On choisira le niveau du sol comme état de référence pour l'énergie potentielle.

2-3 Exprimer l'énergie cinétique de(S) en fonction de m , g_0 , r et R .

En déduire l'expression de l'énergie mécanique E .

3 Il se produit une très faible variation dr du rayon r telle que la trajectoire puisse toujours être considérée comme circulaire.

3-1 Exprimer la variation dv de la vitesse qui en résulte et montrer que :

$$dv = -\frac{\pi}{T} dr$$

3-2 La variation dr est en réalité due au travail dw_f , des forces de frottements exercées par les couches raréfiées de l'atmosphère pendant le déplacement. Du signe de dw_f , déduire l'effet de ces forces sur l'altitude et la vitesse de (S).

Exercice n°10

Lancé depuis Cap Canaveral le 7 novembre 1996, ce satellite a pour mission jusqu'en Septembre 2004 de cartographier Mars (qui n'était qu'à 55 millions de km de la Terre le 27 Août 2003) afin de fournir des informations sur les évolutions de sa surface.

Banque de données : - Masse du satellite MGS : $m = 860 \text{ kg}$;
 - Constante de gravitation universelle : $K = 6,67 \times 10^{-11} \text{ S.I.}$;
 - Masse de Mars : $M = 6,42 \times 10^{23} \text{ kg}$; Rayon moyen de Mars : $R = 3397 \text{ km}$.

1 - On fait les hypothèses simplificatrices suivantes :

- La planète Mars est à répartition sphérique de masse.
- Le référentiel "marsocentrique" utilisé est galiléen.
- Le satellite M.G.S., assimilé à son centre d'inertie, décrit, autour des pôles, une trajectoire circulaire à l'altitude h de 250 miles (1 mile = 1609 m) et n'est soumis qu'à l'attraction de Mars.

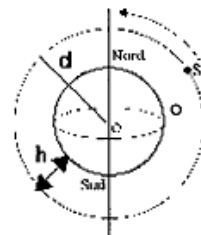
- a) Par analogie avec le référentiel géocentrique, définir le référentiel "marsocentrique".
- b) Calculer, dans les unités S.I., la distance d du satellite par rapport au centre de Mars.

2 - La force gravitationnelle exercée par Mars sur le satellite M.G.S. a pour expression vectorielle :

$$\vec{F} = -K \times \frac{M \times m}{d^2} \times \vec{u}_{OS} \quad \text{où } \vec{u}_{OS} \text{ est un vecteur unitaire dirigé de O vers S,}$$

O et S étant des centres de Mars et du satellite.

- a) Donner l'expression de la norme de la force de gravitation subie par le satellite M.G.S. en précisant la signification et l'unité S.I. de chaque terme qui intervient dans cette expression.
- b) Le satellite M.G.S. exerce-t-il une force sur la planète Mars ? Si oui, son intensité est-elle plus petite, égale ou plus grande que celle de la force exercée par Mars sur M.G.S. ? Justifier.
- c) En appliquant, dans le référentiel galiléen, le théorème du centre d'inertie (ou deuxième loi de Newton) au satellite M.G.S., donner l'expression vectorielle \vec{a}_S de l'accélération de son centre d'inertie.
- d) Donner les caractéristiques (origine, direction, sens) de cette accélération. Calculer son intensité.
- e) Reproduire sur la copie un point O correspondant au centre de Mars et un point S correspondant au satellite (les 2 points O et S doivent être séparés d'au moins 5 cm) puis représenter le vecteur accélération \vec{a}_S (échelle : $1 \text{ cm} \leftrightarrow 1 \text{ m/s}^2$).



3 - Le mouvement du satellite M.G.S. étant circulaire,

- a) montrer qu'il est nécessairement uniforme,
- b) établir l'expression littérale de la vitesse v du satellite et donner sa valeur dans les unités S.I.,
- c) en déduire, dans les unités S.I., la valeur de la période T de révolution du satellite.