

GSKM/EXERCICES SUR LA GRAVITATION /2011.2012

EXERCICE N°1

Le 2 avril 1989, Ariane V30 a été lancée depuis la base de Kourou (proche de l'équateur, en Guyane) pour placer en orbite le satellite de télévision directe Télé X. A l'issus du processus de mise à poste, le satellite est en orbite circulaire, dans un plan équatorial, à l'altitude h.

On donne :

- Masse de la terre : $M_T = 5,975 \cdot 10^{24}$ Kg
- Rayon équatorial : $R_T = 6378$ Km
- Constante de gravitation : $G = 6,670 \cdot 10^{-11}$ S.I
- Masse du satellite en orbite : $m = 1277$ Kg
- Altitude : $h = 35\,778$ Km
- Période de rotation de la terre ou jour sidéral : $T_0 = 86\,164$ s.

- 1°) Démontrer que le mouvement du satellite en orbite circulaire est circulaire uniforme.
- 2°) Etablir l'expression littérale de sa vitesse v et de sa période T en fonction de G, M_T , R_T et h.
- 3°) Montrer que ce satellite, se déplaçant de l'Ouest vers l'Est, est géostationnaire.
- 4°) Pourquoi la base de Kourou est – elle « intéressante » pour la mise en poste de satellites ?

EXERCICE N°2

1 Calculer la vitesse nécessaire pour satelliser un corps sur une orbite circulaire rasante, c'est-à-dire au voisinage de la surface de la Terre. Cette vitesse est la première vitesse cosmique. Déterminer la période de révolution du satellite.

2. Calculer la seconde vitesse cosmique ou vitesse de libération : c'est la vitesse minimale qu'il

faut communiquer au satellite placé sur la Terre pour qu'il se libère de l'attraction gravitationnelle.

3. Un satellite se trouve sur une orbite circulaire dans le plan de l'équateur, à une altitude de 500 km. Calculer la durée entre deux passages successifs de ce satellite à la verticale d'un point donné de l'équateur,

- a. lorsque le satellite se déplace dans le même sens que la Terre
 - b. lorsque le satellite se déplace dans le sens opposé à celui de la Terre
- (a : $\Delta t = 1\text{h}40\text{min}51\text{s}$ b : $\Delta t = 5306$ s)

EXERCICE N°3

Données numériques :

- Constante gravitationnelle : $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ S.I
- Rayon de la terre : $R_T = 6\,400$ Km.
- Intensité du champ gravitationnel au niveau du sol : $g_0 = 9,8\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

1°) On suppose que la terre a une distribution de masse à symétrie sphérique de centre O.

- a) Donner l'expression de la valeur du champ gravitationnel g crée par la terre à une altitude h en fonction de G, R_T , h et M_T : masse de la terre.
- b) En déduire l'expression littérale de M_T en fonction de g_0 , G, R_T .
- c) Calculer numériquement M_T . (Historiquement, c'est ainsi, à partir de G que M_T a été déterminée.)

2°) On admet qu'un satellite de la terre, assimilé à un point matériel de masse m, est soumis uniquement à la force gravitationnelle F exercée par la terre, et décrit, dans le référentiel géocentrique, une trajectoire circulaire de centre O.

- a) Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.

GSKM/EXERCICES SUR LA GRAVITATION /2011.2012

- b) Exprimer la vitesse et la période T du satellite en fonction de M_T , G , R_T et h .
c) On pose $r = R_T + h$. Montrer que le rapport r^3 / T^2 est égale à une constante que l'on exprimera en fonction de M_T et G .
- 3°) Le tableau suivant rassemble les valeurs numériques des périodes de révolutions T et des altitudes h des orbites de quelques satellites artificiels de la terre.

Base de lancement	Kourou	Baïkonour	Chine	Etats - Unis
Satellite	Intelsat - V	Cosmos - 1970	Fen – Yun 1	U.S.A. 35
T	23h 56min	11h 14min	102,8min	12h
h (Km)	$3,58 \cdot 10^4$	$1,91 \cdot 10^4$	$9,00 \cdot 10^2$	$2,02 \cdot 10^4$

- a) Tracer la courbe $T^2 = f(r^3)$: conclure.
b) En déduire une valeur numérique de la masse M_T de la terre.

EXERCICE N°4

Le repère de Copernic est défini de la façon suivante : l'origine correspond au centre d'inertie S du Soleil et trois axes sont dirigés vers trois étoiles fixes (donc très éloignées).

Dans ce

repère, la Terre est assimilable à un point, décrivant (en première approximation) une orbite circulaire, de centre S , de rayon $r = 1,498 \cdot 10^{11}$ m et de période de révolution de 365,25 d.

1. Donner l'expression de la force d'interaction gravitationnelle exercée par le Soleil sur la Terre.

2. Exprimer la vitesse v et la période T de révolution de la Terre en fonction de r , de la

constante de gravitation universelle K et de la masse M_s du Soleil.

3. En déduire la masse M du Soleil. ($2 \cdot 10^{30}$ kg)

EXERCICE N°5

Un satellite artificiel décrit, dans un référentiel géocentrique une orbite circulaire de centre O , centre de la Terre, et de rayon $R = 20000$ km. Sa période de révolution est de 7 h 49min.

1. Montrer que le mouvement est uniforme

2. Etablir l'expression de la période T en fonction de R , G (constante de gravitation universelle) et M_T , masse de la Terre.

3. Quelle serait sa période de révolution T' si le rayon de la trajectoire était de $R' = 10000$ km ?

EXERCICE N°6

Le repère de Copernic est défini de la façon suivante : l'origine correspond au centre d'inertie S du Soleil et trois axes sont dirigés vers trois étoiles fixes (donc très éloignées). Dans ce

repère, la Terre est assimilable à un point, décrivant (en première approximation) une orbite circulaire, de centre S , de rayon $r = 1,498 \cdot 10^{11}$ m et de période de révolution de 365,25 d.

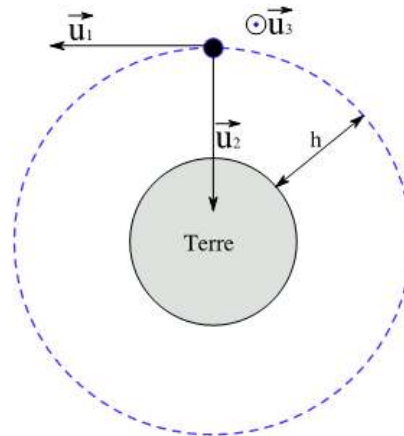
1. Donner l'expression de la force d'interaction gravitationnelle exercée par le Soleil sur la Terre.

2. Exprimer la vitesse v et la période T de révolution de la Terre en fonction de r , de la constante de gravitation universelle K et de la masse M_s du Soleil.

3. En déduire la masse M du Soleil.

EXERCICE N°7 : FREINAGE D'UN SATELLITE

Un satellite artificiel S de masse m est placé sur une orbite circulaire à l'altitude h autour de la Terre dont le rayon vaut $R_T = 6370$ km. On raisonnera dans le référentiel géocentrique que l'on considérera galiléen.



1. Exprimez la vitesse orbitale v ainsi que la période orbitale T du satellite en fonction de l'altitude h , de la constante de gravitation G , de la masse de la Terre M_T et de son rayon R_T .
2. On connaît le champ de pesanteur terrestre au sol $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$.
3. Exprimez la période en fonction uniquement de h , g et R_T .
4. Ce satellite doit décrire son orbite 369 fois en 26 jours.
5. Calculez sa période orbitale T .
6. En déduire son altitude h .
7. À cette altitude, le mouvement du satellite est perturbé par une force de frottement de module $f = kv^2$, opposée à la vitesse. Quelle est la dimension de k ?
8. Cette force de frottement est beaucoup plus faible que la force de gravitation de telle sorte que la trajectoire reste quasi-circulaire de rayon $r(t)$ (altitude $h(t)$) évoluant lentement au cours du temps. Les lois trouvées précédemment restent donc valables à condition de remplacer r et h par $r(t)$ et $h(t)$.
 Quel est le moment des forces de gravitation par rapport au centre de la Terre ? Quel est le moment des forces de frottement par rapport au centre de la Terre ? On donnera le résultat en fonction de k , g et R_T .
9. Montrez que :

$$\frac{1}{\sqrt{r}} \frac{dr}{dt} = -\frac{k}{m} \sqrt{gR_T^2}$$

10. Comment varie l'altitude au cours du temps ? comment varie la période orbitale au cours du temps ? Comment évolue la vitesse du satellite au cours du temps ? N'y a-t-il pas un résultat qui vous paraît contraire à l'intuition ?