EXERCICE N°1

On dispose d'un système {solide, ressort} constitué d'un mobile de masse m considère comme un point matériel G accroché à l'extrémité d'un ressort à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur k = 15 N.m1. Le système est installé sur une table à coussin d'air afin de négliger les frottements entre le mobile et la table. Ce mobile, assimilé à son centre d'inertie G, peut osciller horizontalement sans frottement sur une tige parallèle à l'axe Ox (figure 1). On étudie son mouvement dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Le point O coïncide avec la position de G lorsque le ressort est au repos.

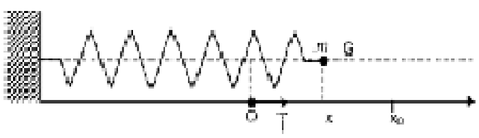


Figure 1

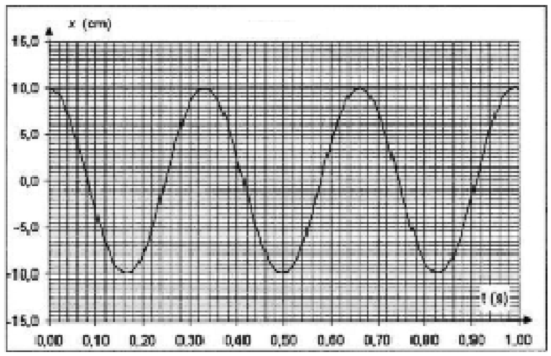


figure 2

1. Équation différentielle associée au système {solide, ressort} et solution.

1.1. Faire l'inventaire des forces exercées sur le mobile. Recopier sur votre copie la figura 1 en faisant apparaître ces différents vecteurs forces sans souci d'échelle.

1.2. Rappeler l'expression vectorielle **F** de la force de rappel du ressort en fonction de k, x et **i**.

1.3. En appliquant la seconde loi de Newton au mobile, établir l'équation différentielle du mouvement.

1.4. Vérifier que $x = x_M.\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \times t + \varphi\right)$

est solution de cette équation différentielle quelles que soient les valeurs des constantes $x_M > 0$ et φ.

1.5. Le mobile est écarté de sa position d'équilibre et lâché à l'instant t = 0 s, sans vitesse initiale, de la position $x_0 = + 4{,}0$ cm. Déterminer numériquement les valeurs de x_M et φ.

2- Énergie mécanique du système solide-ressort

Le système étant en mouvement horizontal, l'énergie potentielle de pesanteur du mobile de masse m sera considérée comme constante et fixée arbitrairement à zéro.

2.1. Donner l'expression de l'énergie cinétique E_C du solide de masse m en mouvement de translation à la vitesse V sur l'axe horizontal Ox. Préciser les unités des grandeurs intervenant dans cette expression.

2.2. Donner l'expression de l'énergie potentielle élastique E_P de la masse m du mobile en mouvement sur l'axe horizontal Ox. Préciser les unités des grandeurs intervenant dans cette expression.

2.3. Donner l'expression de l'énergie mécanique E_M de la masse m du mobile en mouvement sur l'axe horizontal Ox en fonction de V, m, x et k.

les variations de l'abscisse x de G en fonction du temps, soit x = f(t) sont visualisées sur la figure 2.

EXERCICE N°2

Un solide© de masse m=100g et de centre d'inertie G est attaché à l'une des extrémités d'un ressort ® vertical à spires non jointives ,de masse négligeable et de raideur K = 10 Nm^{-1}

Au cours du mouvement la position de G sera repérer par son abscisse x dans le repère (O,) ,dont l'origine O coïncide avec la position de G à l'équilibre .

A)Oscillations libres amorties .

On écarte © de sa position d'équilibre de x_0=5cm puis on l'abandonne sans vitesse initiale à t_0=0s . Au cours de son mouvement © est soumis à une force de frottement visqueux **f=-hv**

; h est une constante strictement positive et v est la vitesse instantanée du centre de gravité G du solide.

1. Etablir l'équation différentielle du mouvement de ©.
2. Indiquer, selon l'importance du coefficient d'amortissement h ,les régimes possibles du mouvement de © . Donner à chaque cas l'allure de la courbe x=f(t).
3. Soit E l'énergie de l'oscillateur à une date t quelconque . Montrer que E décroit . Interpréter ce résultat.

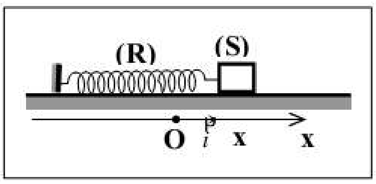
B)Oscillations forcées .

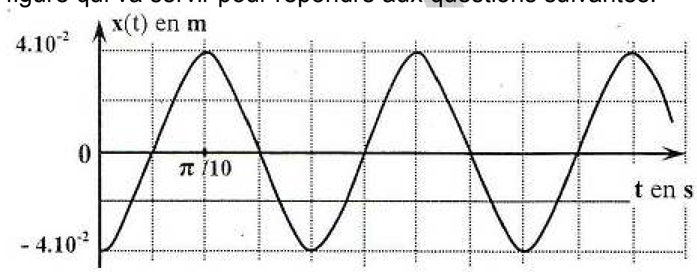
Pour entretenir les oscillations ,l'oscillateur est excité par une force de fréquence variable de La Forme F = F_mSin(we t)

2. Donner les expressions de :
a- L'amplitude X_m en fonction de F_m ,h ,K,m et we
b- Tan(φ) en fonction de h,we,K et m .

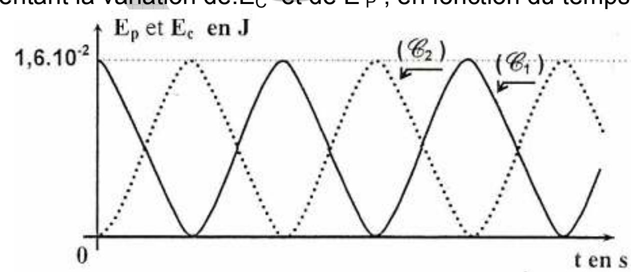
EXERCICE N°3

On étudie le mouvement d'un solide (S) de masse m attaché à un ressort (R) à spires non jointives de raideur k. L'ensemble est posé sur un banc a coussin d'air horizontal comme l'indique la figure. A l'équilibre, le ressort n'est ni allongé ni comprimé. Avec un système approprié, on enregistre la position du centre d'inertie G de (S) à chaque instant t. Cette position est repérée sur l'axe x'x orienté de gauche à droite par un point d'abscisse x.
L'origine O du repère (o, i) coïncide avec la position du centre d'inertie G lorsque (S) est à l'équilibre. En écartant (S) de sa position d'équilibre et en l'abandonnant à lui même à t = 0 , le solide (S) effectue des oscillations dont l'enregistrement est schématisé sur la figure qui va servir pour répondre aux questions suivantes.





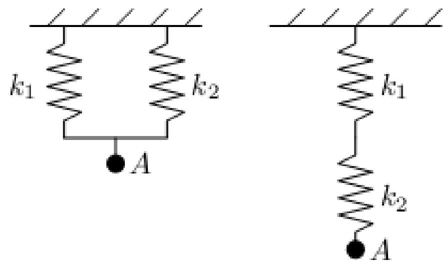
1 - Préciser en le justifiant si le solide (S) :
a - est écarté vers la droite ou vers la gauche,
b - est lancé avec ou sans vitesse initiale,
c - effectue des oscillations amorties ou non amorties.
2 - Déterminer la valeur de la période T_o de ces oscillations, en déduire la valeur de la pulsation ω_0 correspondante.
3- Déterminer l'amplitude X_m des oscillations et la phase initiale ϕ à t =0.
4- Ecrire l'équation horaire x = f(t).
5- En tenant compte de ce qui précède et sachant qu'au niveau de la position d'équilibre du solide
a - exprimer en fonction de t, m, k, X_m et ϕ, à un instant t quelconque, l'énergie potentielle élastique E_P du système S = { mobile, Ressort } et l'énergie cinétique E_C ;
b - en déduire que l'énergie mécanique E du système S, reste constante au cours du temps
c - identifier en le justifiant laquelle des deux courbes C_1 , et C_2 correspond à Ec = f(t)
d - déduire, à partir des courbes, les valeurs de la raideur k et de la masse m .
On donne les courbes représentant la variation de.E_C et de E_P , en fonction du temps.



6-Le solide S subit maintenant l'action d'une force de frottement fluide f = −hv , où h est une constante positive et **v** le vecteur vitesse du solide.
a-Etablir l'équation différentielle du mouvement de (S) en fonction de son abscisse x.
b-Montrer que l'énergie totale du système diminue au cours du temps.

EXERCICE N°4

On considère` deux ressorts de même longueur `a vide l_0 et de raideurs differentes k_1 et k_2 .
Les ressorts sont places verticalement en parallèle (figure de gauche). L'extrémité supérieure est fixée et l'autre porte une masselotte A, de masse m.
1.Trouver l'expression de la raideur du ressort équivalent (ressort dont la raideur est telle que si on le substitue aux deux premiers ressorts la situation physique est inchangée).
2. Même question quand les ressorts sont places en série (figure de droite).



EXERCICE N°5

On suspend une masse de 1 kg `a un ressort dont la constante de raideur est $k = 1 \;\; 103\ N.m^{-1}$ et le coefficient de frottement fluide est $h = 0,050\ N.s.m^{-1.}$ Le ressort est entretenu par une force appliquée $F = F_0 \cos(\omega t)$, avec $F_0 = 2,5\ N$ et ω le double de la pulsation propre du système. Quelle est l'amplitude de mouvement qui en résulte ? De combien le déplacement est-il déphasé par rapport `a la force appliquée ?